Exercice 20

1) (E) : $x^2+\frac{y^2}{(\frac{1}{2})^2}=1$ (E) est une ellipse de centre O

de foyers $F(\frac{\sqrt{3}}{2},0)$ et $F'(-\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

de directrices $\Delta : x=\frac{2}{\sqrt{3}}$ et $\Delta' : x=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ d'excentricité $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

de sommets A(1,0) ;A'(-1,0) ; $B(0,\frac{1}{2})$ et $B'(0,-\frac{1}{2})$

2) D : x=1 ; D' : x=-1 ; $F(\frac{\sqrt{3}}{2},0)$ $M_0(\cos(\theta),\frac{1}{2}.\sin(\theta))$ $\theta\neq k.\pi$ $k\in$

a/ $x_{M_0}^2+4.y_{M_0}^2=\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1 \Rightarrow M_0\in(E)$.

b/ **T:** $x.\cos(\theta)+2y.\sin(\theta)=1$

c/ $K(x,y)\in T\cap D\Leftrightarrow$

$$\begin{cases}x=1\\ x.\cos(\theta)+2y.\sin(\theta)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=\dfrac{1-\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\end{cases}\Rightarrow K\left(1,\frac{1-\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\right)\ de\ meme\ K'\left(-1,\frac{1+\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\right)$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}1-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1-\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\end{pmatrix}\quad et\quad\overrightarrow{FK'}\begin{pmatrix}-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1+\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{FK}.\overrightarrow{FK'}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\left(-1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{1-\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\right).\left(\frac{1+\cos(\theta)}{2.\sin(\theta)}\right)=-1+\frac{3}{4}+\frac{\sin^2(\theta)}{4.\sin^2(\theta)}=0$$

d'où Le triangle KFK' est rectangle en F

Exercice 21

1) $(E): x^2+4y^2+6y=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{9}{4}}+\dfrac{\left(y+\frac{3}{4}\right)^2}{\frac{9}{16}}=1$

On pose $\begin{cases}X=x\\ Y=y+\frac{3}{4}\end{cases}$ $w\left(0,\frac{-3}{4}\right)$

Dans le repère $R'=(w,\vec{i},\vec{j})$ $(E): \dfrac{x^2}{\frac{9}{4}}+\dfrac{y^2}{\frac{9}{16}}=1$

(E) est une ellipse de centre w, de foyers $F\left(\frac{3\sqrt{3}}{4},0\right)$ $F'\left(\frac{-3\sqrt{3}}{4},0\right)$

De sommets $A\left(\frac{3}{2},0\right)$; $A'\left(-\frac{3}{2},0\right)$; $B\left(0,\frac{3}{4}\right)$ et $B'\left(0,\frac{-3}{4}\right)$ Dans le repère R'

2) $(E): (3x+5y)^2=(16x-1)(5y+2)$

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn